

## **DOSSIER D'ACTIVITATS D'ESTIU MATEMÀTIQUES 4t d'ESO A I B**

A continuació tens una sèrie d'exercicis i activitats relacionats amb els continguts treballats durant el curs.

El dossier s'ha de presentar en fulls DIN-A4, deixant els marges corresponents, copiant els enunciats i amb lletra clara i entenedora.

En cas que hagi suspès l'assignatura hauràs de presentar el dossier el dia de l'examen de setembre. Si no l'entregues no tindràs dret a fer l'examen. La nota de recuperació es calcularà tenint en compte que el dossier val un 40% i l'examen un 60%, amb el requisit de treure com a mínim un 4 en la nota de l'examen. A més a més, pensa que si t'esforces en fer-lo tindràs moltes possibilitats d'aprovar l'examen de recuperació.

## Tema 1 POTÈNCIES

1. Fes les operacions següents amb fraccions simplificant al màxim el resultat:

a)  $\frac{1}{4} - \frac{2}{3} =$  Solució:  $\frac{-5}{12}$

b)  $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{-10}{8}\right) =$  Solució:  $-1$

c)  $\frac{10}{7} : \frac{1}{2} =$  Solució:  $\frac{20}{7}$

d)  $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} + 1 =$  Solució:  $\frac{11}{10}$

e)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 1 =$  Solució:  $\frac{1}{6}$

f)  $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{-10}{3}\right) =$  Solució:  $\frac{-8}{3}$

g)  $\left(2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{2} =$  Solució:  $1$

2. Calcula:

a)  $3^4 =$

b)  $(-2)^3 =$

c)  $-2^4 =$

d)  $1^{17} =$

e)  $42^0 =$

f)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

g)  $2^4 \cdot 5 - 3^2 =$

h)  $(5-3)^2 + 1 =$

i)  $1^3 - 1^2 + (-1)^4 =$

j)  $2^{-2} + 2^{-1} =$

k)  $(2^{-3} \cdot 2^4)^5 =$

l)  $8 \cdot 2^{-3} =$

m)  $\frac{3^5}{2^5} =$

n)  $\frac{3}{5^{-2}} =$

o)  $16 \cdot 4 =$

3. Expressa en forma d'una sola potència:

a)  $(+8)^4 \cdot (+8)^{-5} =$

b)  $7^{-6} \cdot 7^{-11} : 7^{-1} \cdot 7^{-3} =$

c)  $(-3)^2 : (-3)^{-3} =$

d)  $(-6)^{-3} \cdot (-6) : (-6)^{-6} =$

e)  $(-17)^{-15} : (-17)^{-13} =$

f)  $4^{-7} \cdot 4^7 : 4 : 4^4 : 4 =$

g)  $(-1)^{-4} : (-1)^4 \cdot (-1)^2 =$

h)  $(+3)^{-6} : (+3)^{-4} \cdot (+3) =$

i)  $33^3 : 33^{-5} \cdot 33^{10} : 33^{-2} =$

j)  $(-2)^8 \cdot (-2) : (-2)^{-6} =$

k)  $11^{-6} \cdot 11^5 : 11^{-4} : 11^3 =$

l)  $(-7)^5 \cdot (-7)^{-4} : (-7)^5 =$

m)  $9^{13} : 9^{-15} \cdot 9^0 : 9^{-4} =$

n)  $(+5)^{-7} \cdot (+5) : (+5)^{-6} =$

o)  $(-13) \cdot (-13)^4 : (-13)^8 =$

p)  $6^{-8} \cdot 6^{-5} : 6^{-2} : 6 =$

q)  $(-14)^{-5} : (-14)^{-4} =$

r)  $2^{-4} \cdot 2^{-8} \cdot 2^7 : 2^{-3} =$

Solucions exercici 2:

a) 81, b) 8, c) -16, d) 1, e) 1, f)  $\frac{1}{8}$ , g) 71, h) 5, i) 1, j)  $\frac{3}{4}$ , k) 32, l) 1, m)  $\frac{243}{32}$ , n) 75, o) 64.

Solucions exercici 3:

- |               |              |               |
|---------------|--------------|---------------|
| a) $8^{-1}$   | g) 1         | m) $9^{22}$   |
| b) $7^{-13}$  | h) $3^{-1}$  | n) 1          |
| c) $-3^5$     | i) $33^{20}$ | o) $-13^{-2}$ |
| d) $6^4$      | j) $2^{15}$  | p) $6^{14}$   |
| e) $-17^{-2}$ | k) 1         | q) $-14^{-1}$ |
| f) $4^{-6}$   | l) $7^{-4}$  | r) $2^{-2}$   |

Omple la rúbrica d'autoavaluació on el 0 és que no ho fas bé en cap cas gradualment fins el 4, que vol dir que no t'equivoques mai.

OBJECTIUS	0	1	2	3	4
Sumar i restar fraccions					
Calcular potències exponent positiu					
Calcular potències exponent negatiu					
Calcular potències de fraccions					
Operacions amb potències (expressar en forma d'una potència)					

## Tema 2: EXPRESSIONS ALGEBRAIQUES

4. Calcula el valor numèric de  $3x^2-x+1$  per a  $x=2$ , i per  $x=-3$ .

$$\frac{3x-1}{x^2+1}$$

5. Calcula el valor numèric de  $\frac{3x-1}{x^2+1}$  per a  $x=0$  i per  $x=5$ .

6. Donats els **polinomis** següents:

$$P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - x + 6 \quad Q(x) = 7x^4 - 5x^3 - 4x^2 + x - 3 \quad R(x) = x^2 - 3$$

Calcula i desenvolupa el resultat. És necessari que es vegi el procediment.

- |                       |                       |                        |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $P(x)+Q(x) =$      | e) $P(x)-Q(x) =$      | i) $Q(x) \cdot R(x) =$ |
| b) $P(x)+R(x) =$      | f) $Q(x)-R(x) =$      | j) $P(x) \cdot R(x) =$ |
| c) $Q(x)+R(x) =$      | g) $P(x)-R(x) =$      | k) $Q(x):R(x) =$       |
| d) $P(x)+Q(x)+R(x) =$ | h) $P(x)-Q(x)-R(x) =$ | l) $P(x):R(x) =$       |

7. Factoritza els polinomis utilitzant els productes notables o bé el mètode de Ruffini:

- |                     |                            |
|---------------------|----------------------------|
| a) $x^2 - 25$       | d) $x^2 - 144$             |
| b) $x^2 - 6x + 9$   | e) $x^3 + 4x^2 - 7x - 10$  |
| c) $x^2 + 10x + 25$ | f) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ |

Solucions exercici 4: 11 i 31.

Solucions exercici 5:  $-1$  i  $\frac{1}{13}$ .

Solucions exercici 6:

- |   |                     |
|---|---------------------|
| a) $6x^4 - 10x^3 - x^2 + 3$                         |                     |
| b) $2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - x + 3$                     |                     |
| c) $7x^4 - 5x^3 - 3x^2 + x - 6$                     |                     |
| d) $6x^4 - 10x^3$                                   |                     |
| e) $-5x^4 + 7x^2 - 2x + 9$                          |                     |
| f) $7x^4 - 5x^3 - 5x^2 + x$                         |                     |
| g) $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 9$                     |                     |
| h) $-5x^4 + 6x^2 + 2x + 12$                         |                     |
| i) $7x^6 - 5x^5 - 25x^4 + 16x^3 + 9x^2 - 3x + 9$    |                     |
| j) $2x^6 - 5x^5 - 3x^4 + 14x^3 - 3x^2 + 3x - 18$    |                     |
| k) quocient: $7x^2 - 5x + 17$ , residu: $-14x + 48$ |                     |
| l) quocient: $2x^2 - 5x + 9$                        | residu: $-16x + 33$ |

Solucions exercici 7.

- |                 |                      |
|-----------------|----------------------|
| a) $(x+5)(x-5)$ | d) $(x+12)(x-12)$    |
| b) $(x-3)^2$    | e) $(x+1)(x-2)(x+5)$ |
| c) $(x+5)^2$    | f) $(x-3)^3$         |

*Omple la rúbrica d'autoavaluació:*

<b>OBJECTIUS</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Trobar el valor numèric d'un polinomi					
Sumar/restar de polinomis					
Calcular producte de polinomis					
Calcular quocient de polinomis					
Factoritzar polinomis					

**Tema 3: RADICALS**

8. Extreu tots els factors que puguis del radical:

a)  $\sqrt{320} =$

d)  $\sqrt{375} =$

g)  $\sqrt{18x^4y^3z} =$

b)  $\sqrt{108} =$

e)  $\sqrt{7200} =$

h)  $\sqrt{75a^3b^3c^3} =$

c)  $\sqrt{5000} =$

f)  $\sqrt{24a^3b^2} =$

i)  $\sqrt{1000p^2q} =$

8. Calcula la suma d'arrels següents:

a)  $\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 3\sqrt{5} =$

c)  $\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - \sqrt{63} + \sqrt{28} =$

b)  $4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$

d)  $\sqrt{75} - \sqrt{12} =$

9. Racionalitza les següents expressions:

a)  $\frac{1}{\sqrt{5}} =$

d)  $\frac{1}{\sqrt{32}} =$

g)  $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{7}} =$

b)  $\frac{3}{2\sqrt{7}} =$

e)  $\frac{12}{\sqrt{20}} =$

h)  $\frac{3}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} =$

c)  $\frac{1}{3\sqrt{10}} =$

f)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$

i)  $\frac{4}{6 - \sqrt{5}} =$

Solucions exercici 7:

a)  $0\sqrt{5}$ , b)  $6\sqrt{3}$ , c)  $50\sqrt{2}$ , d)  $5\sqrt{15}$ , e)  $50\sqrt{2}$ , f)  $2ab\sqrt{6a}$ , g)  $3x^2y\sqrt{2yz}$ , h)  $5abc\sqrt{3abc}$ , i)  $10p\sqrt{10q}$ .

Solucions exercici 8: a)  $10\sqrt{5}$ , b)  $7\sqrt{2}$ , c)  $2\sqrt{7}$  d)  $3\sqrt{3}$ .

Solucions exercici 9:

a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ , b)  $\frac{3\sqrt{7}}{14}$ , c)  $\frac{\sqrt{10}}{30}$ , d)  $\frac{\sqrt{32}}{32}$ , e)  $\frac{3\sqrt{20}}{5}$ , f)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ , g)  $\frac{2\sqrt{35}}{7}$ , h)  $\frac{3(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5}$ , i)  $\frac{24+4\sqrt{5}}{31}$ .

Omple la rúbrica d'autoavaluació:

OBJECTIUS	0	1	2	3	4
Calcular radicals					
Extreure factors de radicals					
Reduir expressions amb radicals					
Racionalitzar expressions tipus I					
Racionalitzar expressions tipus III					

**Tema 4: EQUACIONS I INEQUACIONS DE PRIMER GRAU**

10. Resol

les

equacions:

a)  $3x + 4 = 16$

b)  $2x - 7 + 8x + 12 = 13 - 7x + x$

c)  $-4 + 3x - 2x + 13 = -9x - 2 - x$

d)  $1 - 2x + 6 = 5x - 35$

e)  $38 + 7(x - 3) = 9(x + 1)$

f)  $7(x - 18) = 3(x - 14)$

g)  $4x + 7(2x - 1) = x + 197$

h)  $2(6x - 4) - (4x - 6) = 22 - (-3x - 2)$

i)  $\frac{x+2}{3} = 5x - 46$

j)  $\frac{-4x+5}{12} = \frac{-x}{4} + \frac{5}{3}$

k)  $4 + \frac{2x-5}{3} = \frac{x+11}{9}$

l)  $\frac{4x+12}{15} - \frac{4x}{3} = \frac{2(x+13)}{5}$

m)  $3(3x+1) - (x-1) = 6(x+10)$

n)  $\frac{3x}{2} + 20 = x + 25$

o)  $4 - \frac{x+3}{6} = 2 + \frac{9-2x}{3}$

11. Resol les següents inequacions i expressa el resultat en forma d'interval.

a)  $x + 1 < 3$

b)  $x - 2 > 4$

c)  $-3 < -x + 5$

d)  $5 + x > -10$

e)  $-5 < 3x + 10$

f)  $2x - 8 \geq 4x$

g)  $11 + 3x < 11$

h)  $3 + (x - 3) \leq 3(x - 2)$

i)  $-2(-3 + 2x) \geq 4 - 6x$

j)  $-(x + 1) \leq -x + (x - 3)$

k)  $2 + (x - 4) \leq 2 \cdot (x - 2)$

l)  $-(3 + 2x) + 1 \geq 3 - 5x$

m)  $-2(2x + 1) \leq -x + 3$



Solucions exercici 10:

a)  $x = 4$ , b)  $x = \frac{1}{2}$ , c)  $x = -1$ , d)  $x = 6$ , e)  $x = 4$ , f)  $x = 21$ , g)  $x = \frac{204}{17}$ , h)  $x = \frac{26}{5}$ , i)  $x = 10$ , j)  $x = -15$ , k)  $x = 2$ , l)  $x = -3$ , m)  $x = 29$ , n)  $x = 10$ , o)  $x = 3$ .

Solucions exercici 11:

a)  $(-\infty, 2)$ , b)  $(6, \infty)$ , c)  $(-\infty, 8)$ , d)  $(-15, \infty)$ , e)  $(-5, \infty)$ , f)  $(-\infty, -4]$ , g)  $(-\infty, 0)$ , h)  $[3, \infty)$ , i)  $[-1, \infty)$ , j)  $[2, \infty)$ , k)  $[2, \infty)$ , l)  $[\frac{5}{3}, \infty)$ , m)  $[-\frac{5}{3}, \infty)$ .

Omple la rúbrica d'autoavaluació:

OBJECTIUS	0	1	2	3	4
Resoldre equacions 1r grau senzilles					
Resoldre equacions 1r grau amb parèntesi					
Resoldre equacions 1r grau amb denominadors					
Resoldre inequacions 1r grau					
Expressar resultats en forma d'interval					

## Tema 6: EQUACIONS DE SEGON GRAU

12. Resol les següents equacions de segon grau fent servir el mètode més adequat:

a)  $x^2 - 5x + 4 = 0$

b)  $x^2 + x - 6 = 0$

c)  $x^2 + 9x + 20 = 0$

d)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

e)  $x^2 + 12x + 36 = 0$

f)  $x^2 + 2x + 5 = 0$

g)  $x^2 + 5 = 6x$

h)  $x^2 - 8x = 105$

i)  $-x^2 = -x - 6$

j)  $(x - 3)(x + 2) = 0$

k)  $x^2 + 1 = 4x + 3$

l)  $-x^2 + 16x = 0$

m)  $12x^2 - 10x - 2 = 0$

n)  $2x^2 - 4x = 0$

o)  $6 + 10x^2 = 16$

p)  $6(x - 5)^2 - 4x - 32 = 5(2x + 10)$

*Solucions exercici 12:*

a)  $x_1 = 4, x_2 = 1$ , b)  $x_1 = 2, x_2 = -3$ , c)  $x_1 = -4, x_2 = -5$ , d)  $x = 3$ , e)  $x = -6$ , f) No té solució, g)  $x_1 = 5, x_2 = 1$ , h)  $x_1 = 15, x_2 = -8$ , i)  $x_1 = 3, x_2 = -2$ , j)  $x_1 = 3, x_2 = -2$ , k)  $x = 2 \pm \sqrt{5}$ , l)  $x_1 = 0, x_2 = 16$ , m)  $x_1 = 1, x_2 = -1/5$ , n)  $x_1 = 0, x_2 = 2$ , o)  $x_1 = 1, x_2 = -1$ , p)  $x_1 = 34/3, x_2 = 1$ .

*Omple la rúbrica d'autoavaluació*

OBJECTIUS	0	1	2	3	4
Resoldre equacions 2n grau amb tots els termes (amb la fórmula)					
Resoldre equacions 2n grau incompletes					
Resoldre equacions 2n grau desordenades					
Resoldre equacions 2n grau amb parèntesi					

## Tema 7: SISTEMES D'EQUACIONS

13. Resol pel mètode gràfic el sistema: 
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

14. Resol per reducció el sistema: 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$$

15. Resol per substitució el sistema: 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

16. Resol pel igualació el sistema: 
$$\begin{cases} x - 3y = -2 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

17. Resol pel mètode que vulguis els següents sistemes (recorda de fer-los servir tots):

a) 
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 5x - y = 19 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ x + 2y = 24 \end{cases}$$

Solucions exercici 13:  $x = 1, y = 2$

Solucions exercici 14:  $x = 1, y = 1$

Solucions exercici 15:  $x = 3, y = 5$

Solucions exercici 16:  $x = 4, y = 2$

e) 
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 6x - 7y = 39 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} 3x + y = 17 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases}$$

g) 
$$\begin{cases} 3x + 5 = 2y - 8 \\ 2y - 3 = 4x + 1 \end{cases}$$

h) 
$$\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

Solucions exercici 17: a)  $x = 4, y = 2$ , b)  $x = 4, y = 1$ , c)  $x = 7, y = 1$ , d)  $x = 12, y = 6$ , e)  $x = 3, y = -3$ , f)  $x = 4, y = 5$ , g)  $x = 9, y = 25$ , h)  $x = -1, y = 6$ .

Omple la rúbrica d'autoavaluació

OBJECTIUS	0	1	2	3	4
Resoldre sistemes gràficament					
Resoldre sistemes per substitució					
Resoldre sistemes per igualació					
Resoldre sistemes per reducció					

## Tema 8: FUNCIONS

18. Per cada una de les funcions següents indica el domini, la imatge de 2 i la/les antiimatge/s de 1:

a)  $f(x) = x - 5$       b)  $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$       c)  $f(x) = \sqrt{x+6}$

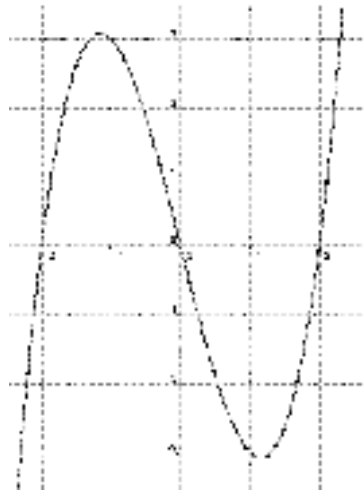
19. Considera la funció  $f(x) = 2x - 1$ .

- El punt (2, 3) pertany a la gràfica de la funció  $f(x)$ ?
- A és el punt d'abscissa -1 de la gràfica de  $f(x)$ . Calcula l'ordenada.
- B és el punt d'ordenada 3 de la gràfica de  $f(x)$ . Calcula l'abscissa si sabem que és no nul·la.
- Quines són les coordenades dels punts en què la gràfica de  $f(x)$  talla l'eix d'abscisses?
- Quines són les coordenades dels punts en què la gràfica de  $f(x)$  talla l'eix d'ordenades?

20. Digues el nom de les següents funcions, les principals característiques i representa-les gràficament:

a)  $y = -x + 2$     b)  $y = 2$       c)  $y = 2x$     d)  $x = -3$     e)  $y = x^2 + 2x + 1$

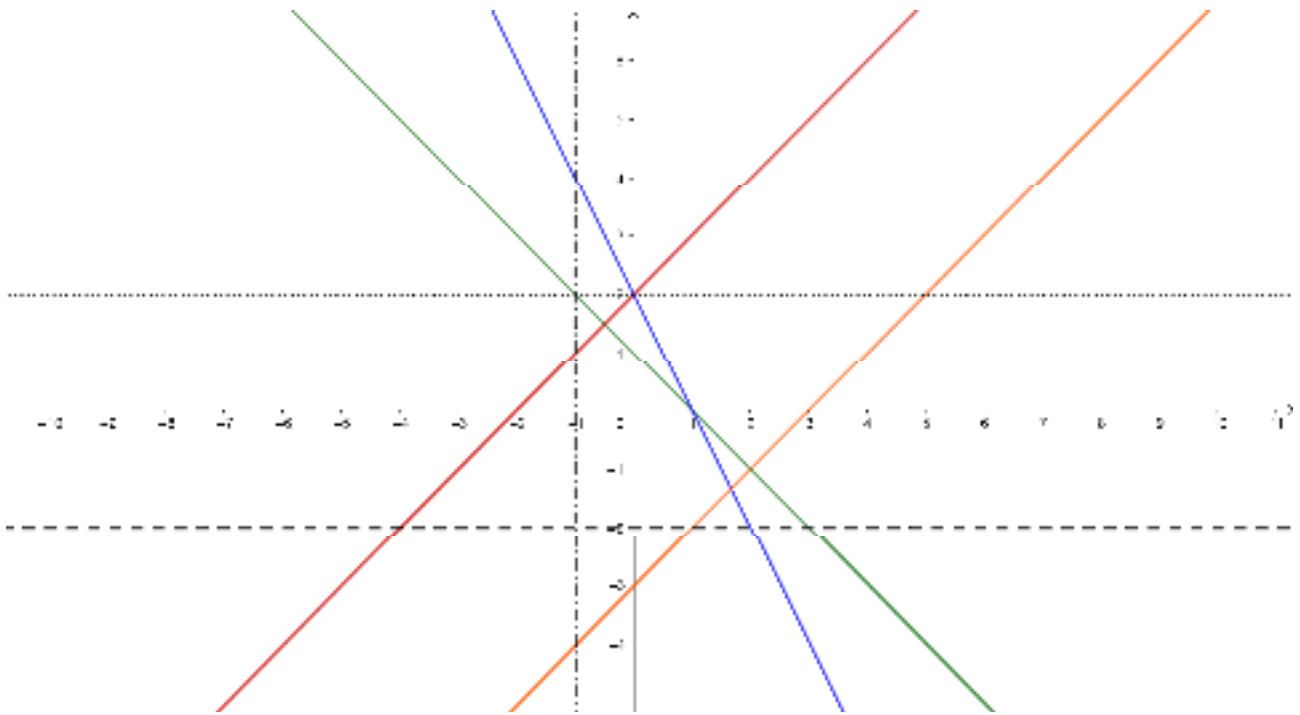
21. Observa la següent funció:



- Quina és la imatge de 1? I la antiimatge de 1?
- Indica quins són els intervals de creixement i decreixement.
- Indica els màxims i els mínims de la funció.
- Quines són les coordenades dels punts en què la gràfica talla l'eix X?
- Quines són les coordenades dels punts en què la gràfica talla l'eix Y?

22. Relaciona cada una de les rectes amb la seva equació:

a)  $y = -x + 1$     b)  $y = x + 2$     c)  $y = 2$     d)  $y = -2$   
 e)  $y = -2x + 2$     f)  $y = x - 3$     g)  $x = -1$



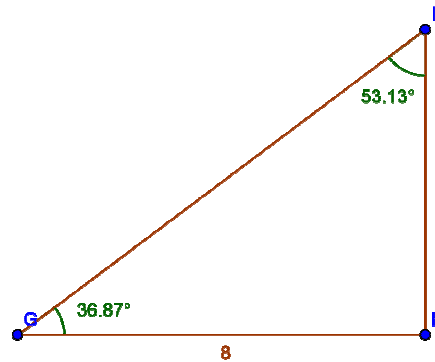
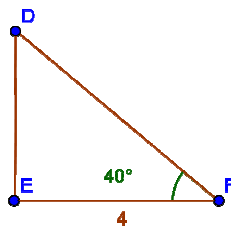
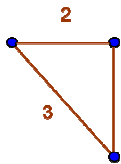
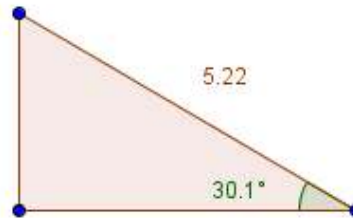
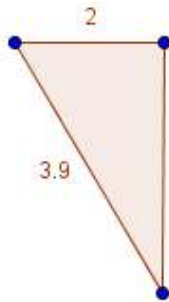
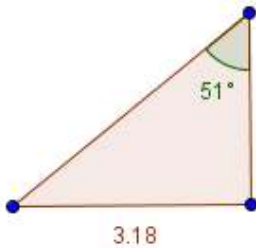
*Omple la rúbrica d'autovaluació*

OBJECTIUS	0	1	2	3	4
Identificar domini i recorregut a partir del gràfic					
Calcular domini a partir de l'equació de la funció					
Calcular imatges i antiimatges					
Calcular punts de tall amb els eixos					
Determinar intervals de creixement/decreixement					
Identificar màxims i mínims					

## Tema 9: TRIGONOMETRIA

Recorda que cal fer tots els procediments en el full d'exercicis, i que cada problema ha d'anar acompanyat d'una frase explicant el resultat.

23. Resol els següents triangles:



24. Un cotxe puja per una rampa amb un pendent de  $32^\circ$ . Quants metres pujarà verticalment si ha recorregut 510 m?
25. Calcula la longitud de l'ombra que projecta un arbre de 3'5 m d'altura quan la inclinació dels raigs solars és de  $38^\circ$ .
26. Quina serà l'altura d'un edifici si veiem el seu extrem superior amb un angle de  $17^\circ$  des d'una distància de 54 m?

I.E.S PABLO RUIZ PICASSO. DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES

Solucions exercici 23: a) Angles:  $51^\circ$ ,  $39^\circ$  i  $90^\circ$ . Costats: 3,18; 4,09 i 2,58. b) Angles:  $59,15^\circ$ ,  $30,85^\circ$  i  $90^\circ$ . Costats: 3,9; 2 i 3.35. c) Angles:  $30,1^\circ$ ,  $59,9^\circ$  i  $90^\circ$ . Costats: 5,22; 2,62 i 4,58. d) Angles:  $48,2^\circ$ ,  $41,8^\circ$  i  $90^\circ$ . Costats: 3; 2 i 2,24. e) Angles:  $50^\circ$ ,  $40^\circ$  i  $90^\circ$ . Costats: 3,36; 5,22 i 4. f) Angles:  $53,13^\circ$ ,  $36,87^\circ$  i  $90^\circ$ . Costats: 6; 8 i 10.

Solució exercici 24: 270,3 m.

Solució exercici 25: 4,48 m.

Solució exercici 26: 15,51 m.

Omple la rúbrica d'autovaluació

OBJECTIUS	0	1	2	3	4
Aplicar raons trigonomètriques correctes per resoldre triangles rectangles					
Trobar angles a partir de costats					
Trobar costats a partir d'angles					
Identificar triangles en problemes					
Calcular altures/ombres amb la tangent					